
МЕНЕДЖМЕНТ

ОТРИМАНО:

10 Вересня 2024

ПРИЙНЯТО:

19 Листопада 2024

ВИПУСК:

20 Грудня 2024

УДК 658.78:[004.8:330.4]

DOI 10.26661/2522-1566/2024-4/30-05

АНАЛІТИЧНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ БАГАТОПРОДУКТОВОЇ СТАТИЧНОЇ
МОДЕЛІ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ З ОБМЕЖЕНОЮ МІСТКІСТЮ СКЛАДУ

Головань О.О.*

к.ф.-м.н., доцент

Запорізький національний університет

м. Запоріжжя, Україна

ORCID 0000-0002-9410-3830

Олійник О.М.

к.філос.н., доцент

Запорізький національний університет

м. Запоріжжя, Україна

ORCID 0000-0003-0511-7681

Олійник М.О.

аспірант

Запорізький національний університет

м. Запоріжжя, Україна

ORCID 0009-0004-4613-6023

Куторницька О.А.

аспірантка

Запорізький національний університет

м. Запоріжжя, Україна

ORCID 0000-0003-0633-0740

* Email автора для листування: oaholov@gmail.com

Проблема оптимізації запасів та логістичних витрат на підприємствах під час війни набуває актуальності у зв'язку зі зростаючою складністю логістичних процесів, руйнуванням логістичної інфраструктури, обмеженістю ресурсів, а також політичною та економічною нестабільністю в країні.

У роботі запропоновано аналітичний підхід до розв'язання багатопродуктової моделі управління запасами за умов обмеженої місткості складу. Основною метою дослідження є розробка математичної моделі для оптимізації обсягів замовлення і змінних витрат, враховуючи просторові обмеження складу та взаємозалежності між товарами. Запропонована модель базується на адаптації класичної формули Уільсона та використанні методу Лагранжа для оптимізації обсягів замовлення у реальних бізнес-умовах. Отримані замкнуті аналітичні формули для визначення оптимальних розмірів партій поставок та змінних витрат можуть ефективно використовуватися менеджерами при замовленні різної номенклатури товарів в умовах обмеженої місткості складу. Зручність запропонованого аналітичного підходу полягає в тому, що множник Лагранжа представлено у вигляді формули, у той час як в багатьох задачах умовної оптимізації він визначається за допомогою чисельних методів.

У роботі проаналізовано залежність загальних витрат на виконання замовлення та зберігання від площі складу та тарифів на зберігання, що дозволяє адаптувати модель до конкретних потреб підприємства. Розрахунки для різних груп товарів показали, що використання на практиці запропонованої моделі дозволяє оптимізувати загальні витрати та ефективно використовувати обмежений простір складу.

Перспективи подальших досліджень можуть включати розробку моделей для багатоскладської логістики, врахування сезонності попиту, обмеженості на капітал, який передбачається вкласти в запаси, та адаптації моделі до змін ринкових умов, що сприятиме підвищенню ефективності логістичних процесів.

Ключові слова: управління запасами, багатопродуктова модель, обмежена місткість складу, оптимізація витрат, метод Лагранжа.

JEL класифікатор: D12, L81, M10, C51.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Проблема управління запасами на підприємствах в час активізації військових дій набуває все більшої актуальності у зв'язку зі зростаючою складністю логістичних процесів, обмеженістю ресурсів, нестабільністю ринкових умов, а також руйнуваннями логістичної інфраструктури. Підприємства стикаються з необхідністю оптимального формування та підтримання запасів, забезпечення безперебійності виробничих і торгових процесів, одночасно мінімізуючи витрати на зберігання та транспортування. Однією з головних проблем є обмеження місткості складів, що вимагає чіткого планування та прогнозування попиту для уникнення надлишкових витрат або дефіциту продукції.

Існує нагальна потреба у розробці моделей, які враховують реалії сучасних підприємств, таких як обмеження складу, просторові габарити товарів, їхню залежність один від одного, а також змінність витрат на виконання замовлень і зберігання. Оптимізація управління запасами має на меті не лише мінімізацію витрат, але й збереження високого рівня обслуговування клієнтів, що є важливим конкурентним фактором.

Додатковою складністю при розв'язанні логістичних задач оптимізації є необхідність розробки зрозумілих для практичного використання моделей, які б не тільки вирішували математичні задачі, але й інтегрувалися у реальні бізнес-процеси. Це вимагає використання сучасних аналітичних методів, таких як метод Лагранжа, що дозволяє знаходити оптимальні рішення за наявності складних обмежень.

Проблема управління багатопродуктовими запасами з урахуванням обмеженої місткості складу є багатогранною та вимагає створення нових підходів, які поєднують теоретичну обґрунтованість з практичною цінністю. Її розв'язання сприятиме підвищенню ефективності управління ресурсами підприємств і дозволить знизити витрати при одночасному забезпеченні стабільності логістичних операцій.

АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Теоретичні та практичні аспекти управління запасами на підприємствах різних галузей досліджувалися багатьма науковцями. В роботі [1] розглянуто сутність управління запасами та проаналізовано вплив пандемії COVID-19 і військового стану в Україні на формування запасів як роздрібних, так і виробничих підприємств. У дослідженні [2] розглянуто переваги і недоліки існуючих моделей управління запасами та визначено умови мінімізації витрат при управлінні виробничими запасами на підприємствах. В роботі [3] виявлено суперечливу роль запасів в економіці підприємства та запропоновано стратегічні напрями управління запасами на підприємстві.

Пеняк Ю. С., Калиниченко О. А. [4] запропоновано методи визначення кількості запасів, які дозволяють оцінити базову потребу у сировині та матеріалах для виробництва продукції з метою задоволення потреб ринку. Атаманчук Ю. С., Пасенченко Ю. А. [5] запропонували економіко-математичну модель з випадковим попитом на товар, яка дозволяє оптимізувати управління запасами підприємства в умовах нестабільної економіки. Юрченко М. Є. [6] розглянуто дискретну модель управління запасами, за умови контролю за станом запасів в певні проміжки часу, і побудовано математичну модель розв'язання задачі із заданими початковими умовами. В роботі [7] було розроблено економіко-математичну модель управління запасами в умовах невизначеності попиту, використання якої суттєво зменшує витрати суб'єкта на створення і зберігання запасів. У статті Кулик А. Б., Манжос Т.

В. [8] побудовано модель управління запасами вертикально інтегрованого підприємства холдингового типу та знайдено оптимальну стратегію функціонування системи запасів. В роботі [9] запропоновано моделі управління запасами промислових підприємств в умовах очікуваного підвищення цін на енергоносії. Харченко Ю. А., Михайленко А. С. [10] запропоновано використання засобів економіко-математичного моделювання та сучасних комп'ютерних технологій для удосконалення логістичної системи управління запасами товарів автомобільного дилера. У праці Мохонько Г., Гук О., Коцко Т. [11] на основі досвіду провідних компаній виділено основні моделі управління запасами для вітчизняних підприємств меблевої промисловості.

Розв'язанню багатопродуктової моделі управління запасами з обмеженнями на ресурси присвячені праці зарубіжних науковців [12-14]. Запропоновані в них чисельні та аналітичні методи ефективно вирішують проблему оптимізації запасів та пов'язаних з ними витрат, проте вони є часто незрозумілими для менеджерів через їх складність. Тому проблема розв'язання багатопродуктової статичної моделі управління запасами з обмеженими ресурсами за допомогою зрозумілих та зручних у використанні формул залишається актуальною.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Метою даної роботи є побудова аналітичного розв'язку для багатопродуктової статичної моделі управління запасами з обмеженою місткістю складу.

МЕТОДОЛОГІЯ

В роботі було використано систему загальних та спеціальних методів наукового пізнання, а також математичні методи оптимізації, зокрема метод узагальнення для вивчення результатів досліджень науковців з питань управління запасами підприємства; метод Лагранжа для логістичних задач оптимізації розміру замовлення при наявності різного роду обмежень.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Практика управління запасами на виробничих та торговельних підприємствах передбачає застосування відомої формули Уільсона для оптимального розміру замовлення, яка може приймати такий вигляд (1):

$$q_i = \sqrt{\frac{C_0 \cdot S}{\alpha \cdot a}}, \quad (1)$$

де C_0 – витрати на виконання одного замовлення (гр. од.);

S – потреба у продукті за певний період часу (од.);

α – витрати на зберігання з урахуванням займаної площі складу за певний період (гр. од./ м²);

a – коефіцієнт, який враховує габарити одиниці продукції (м²/од.).

Застосування на практиці формули (1) при замовленні різної номенклатури товарів є обмеженим через те, що вона отримана при значній кількості припущень, а саме: постійності витрат на виконання замовлення і зберігання протягом періоду, що розглядається; стабільності інтенсивності попиту на кожний вид продукції; незалежності кожного виду продукції від інших; відсутності обмежень на грошові ресурси, площу складу, місткість транспортного засобу тощо. Для виробничих і торговельних підприємств умови незалежності n видів продукції можуть бути порушені через взаємозв'язок між ними

внаслідок обмежень площі складу, де вони зберігатимуться одночасно; максимального розміру капіталу, який планується інвестувати у запаси та ін.

Розглянемо модель управління запасами різних товарів, які зберігаються на одному складі, площа якого обмежена. Загальні витрати, пов'язані з виконанням замовлення та зберіганням цих товарів на складі, матимуть вигляд:

$$C_{\text{загальні}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{C_{oi} \cdot S_i}{q_i} + \alpha a_i q_i \right) \rightarrow \min, \quad (2)$$

де C_{oi} – витрати на виконання одного замовлення для товару i ;

S_i – потреба у замовленні i -продукту;

q_i – розмір замовлення i -продукту;

α – витрати на зберігання продукції з урахуванням займаної площі складу;

a_i – величина, яка враховує просторові габарити одиниці i -продукції;

n – кількість різних найменувань продукції, що зберігаються на складі.

Обмеження, пов'язані з площею складу, запишуться у вигляді формули (3):

$$\sum_{i=1}^n a_i q_i \leq G, \quad (3)$$

де G – площа складу (м^2).

Загальний розв'язок задачі (2)-(3) можна знайти за допомогою методу множників Лагранжа. Проте, перед тим, як застосовувати цей метод, необхідно визначити оптимальні партії поставок q_i для кожного виду продукції ($i = 1, 2, \dots, n$) за формулою (1). Якщо умова у вигляді нерівності (3) виконується, то поставки здійснюються в обсягах, розрахованих за формулою (1). У випадку, коли обмеження (3) не виконується, необхідно визначити нові оптимальні значення розмірів замовлень q_i , використовуючи функцію Лагранжа у вигляді:

$$C_{\text{загальні}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{C_{oi} \cdot S_i}{q_i} + \alpha a_i q_i \right) + z(G - \sum_{i=1}^n a_i q_i) \rightarrow \min, \quad (4)$$

де z – невизначений множник Лагранжа ($z \leq 0$).

Оптимальні значення партій поставок q_i для кожного з n видів продукції визначаються шляхом розв'язання системи $(n+1)$ рівнянь (5):

$$\begin{cases} \frac{\partial C_{\text{загальні}}}{\partial q_i} = 0, \\ \frac{\partial C_{\text{загальні}}}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Підставивши частинні похідні у рівняння системи (5), одержуємо

$$\begin{cases} \frac{-C_{oi} \cdot S_i}{q_i^2} + \alpha a_i - z a_i = 0, \\ G - \sum_{i=1}^n a_i q_i = 0 \end{cases} \quad (6)$$

З першого рівняння системи (6) визначаємо q_i :

$$q_i = \sqrt{\frac{C_{oi} \cdot S_i}{a_i(\alpha - z^*)}}, \quad (7)$$

де z^* – множник Лагранжа, при якому виконується рівність (3).

Підставивши значення (7) у друге рівняння системи (6), маємо наступне:

$$G = \sum_{i=1}^n a_i q_i = \sum_{i=1}^n a_i \sqrt{\frac{C_{0i} \cdot S_i}{a_i(\alpha - z^*)}} = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{a_i^2 C_{0i} \cdot S_i}{a_i(\alpha - z^*)}} = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{a_i C_{0i} \cdot S_i}{(\alpha - z^*)}} = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{a_i C_{0i} \cdot S_i}}{\sqrt{\alpha - z^*}}. \quad (8)$$

Позначивши як $V = \sum_{i=1}^n \sqrt{a_i C_{0i} \cdot S_i}$ у виразі (8), маємо $G = \frac{V}{\sqrt{\alpha - z^*}}$.

Отже, множник Лагранжа z^* визначається за формулою

$$z^* = \alpha - \frac{V^2}{G^2} = \alpha - \left(\frac{V}{G}\right)^2. \quad (9)$$

Розрахуємо оптимальні партії замовлень для 5 найменувань товарів при обмеженій площі складу $G = 200 \text{ м}^2$. Дані для розрахунку наведені у табл. 1.

Таблиця 1

Вихідні дані для багатопродуктової моделі

Товар i	Витрати на виконання замовлення C_{0i} , ум. грош. од.	Попит S_i , од.	Витрати зберігання α , ум. грош. од/м ²	Площа одиниці продукції a_i , м ² /од
1	40	30	1,2	1,2
2	50	60	1,2	0,96
3	60	50	1,2	1,3
4	55	90	1,2	1,0
5	45	120	1,2	1,7

На першому етапі, використовуючи формулу (1), знайдемо оптимальні розміри замовлення та перевіримо виконання умови (3), враховуючи обмеження місткості складу. Результати розрахунку представлені у табл. 2.

Таблиця 2

Визначення розміру замовлення при незалежних однопродуктових поставках

Товар i	Розмір замовлення i -продукту q_i , од.	Площа для зберігання продукції $q_i \cdot a_i$, м ²
1	29	34,64
2	51	48,99
3	44	57,01
4	64	64,23
5	51	87,46
Разом $\sum_{i=1}^5 a_i q_i$,		292,33

З табл. 2 можна бачити, що $\sum_{i=1}^5 a_i q_i = 292,33 > 200 \text{ м}^2$, отже нерівність (3) не виконується.

Визначимо нові оптимальні партії поставок q_i , використовуючи функцію Лагранжа (4). Числові дані для визначення множника Лагранжа z^* представлені у табл. 3.

Таблиця 3

Дані для визначення множника Лагранжа

Товар i	Витрати на виконання замовлення C_{0i} — ум. грош. од.	Попит S_i , од.	Площа одиниці продукції a_i , м ² /од	$a_i C_{0i} \cdot S_i$	$\sqrt{a_i C_{0i} \cdot S_i}$
1	40	30	1,2	1440	37,95
2	50	60	0,96	2880	53,67
3	60	50	1,3	3900	62,45
4	55	90	1,0	4950	70,36
5	45	120	1,7	9180	95,81

$$\text{Отже, } V = \sum_{i=1}^5 \sqrt{a_i C_{0i} \cdot S_i} = \sqrt{1440} + \sqrt{2880} + \sqrt{3900} + \sqrt{4950} + \sqrt{9180} = 320,23.$$

Множник Лагранжа z^* визначається за формулою (9):

$$z^* = 1,2 - \left(\frac{320,23}{200} \right)^2 = 1,2 - 1,601^2 = -1,3637$$

Оптимальні розміри партій поставок з урахуванням множника Лагранжа розраховуються за формулою (7). Результати розрахунків наведені у табл. 4.

Таблиця 4

Визначення оптимальних розмірів поставок

Товар i	Розмір замовлення i -продукту q_i , од.	Площа для зберігання продукції $q_i \cdot a_i$, м ²
1	20	23,70
2	35	33,52
3	30	39,00
4	44	43,94
5	35	59,84
Разом $\sum_{i=1}^5 a_i q_i$,		200,00

Отже, при розмірах партій поставок $q_1 = 20$ од., $q_2 = 35$ од., $q_3 = 30$ од., $q_4 = 44$ од., $q_5 = 35$ од. загальні витрати на виконання замовлень і зберігання 5 найменувань товарів будуть мінімальними і задовольняти умові обмеження площі складу.

Підставивши вираз (7) для визначення оптимальних розмірів замовлення багатопродуктової поставки з урахуванням обмеженої площі складу в формулу (2) і здійснивши певні перетворення, отримаємо формулу для розрахунку загальних витрат на виконання замовлення та зберігання у такому вигляді

$$C_{\text{загальні}} = \left(\frac{2\alpha - z^*}{\sqrt{\alpha - z^*}} \right) \sum_{i=1}^n \sqrt{C_{0i} S_i a_i}. \quad (10)$$

У табл. 5 наведені результати розрахунку загальних витрат за формулою (10) у

залежності від тарифу на зберігання α та площі складу G (вихідні дані для розрахунку наведені в табл. 1).

Таблиця 5

Загальні витрати на виконання замовлення та зберігання

Витрати $C_{\text{загальні}}$, ум. грош. од.	$G = 200 \text{ м}^2$	$G = 180 \text{ м}^2$	$G = 160 \text{ м}^2$	$G = 140 \text{ м}^2$
$\alpha=0,9$	692,74	731,71	784,92	858,48
$\alpha=1,0$	712,74	749,71	800,92	872,48
$\alpha=1,1$	732,74	767,71	816,92	886,48
$\alpha=1,2$	752,74	785,71	832,92	900,48
$\alpha=1,3$	772,74	803,71	848,92	914,48

Залежність суми загальних витрат від тарифу на зберігання та площі складу наведені на рис. 1.

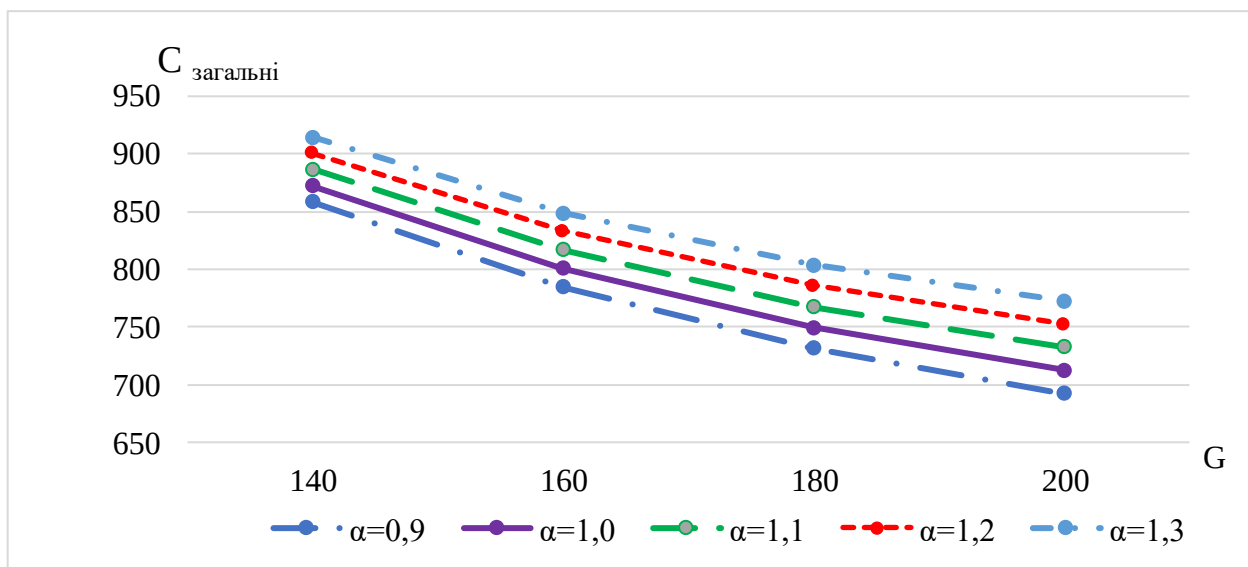


Рис. 1. Залежність загальних витрат від тарифу на зберігання C та площі складу G

Отже, можна бачити, що загальні витрати зростають при збільшенні тарифу на зберігання α та зменшенні площі складу G .

З табл. 5 можна бачити, що при фіксованому тарифі $\alpha=0,9$ ум. грош. од. зменшення площі для складування з 200 м^2 до 140 м^2 призводить до збільшення загальних витрат на 24%. Зростання тарифу на складування з $0,9$ ум. грош. од. до $1,3$ ум. грош. од. при незмінній площі складування $G = 200 \text{ м}^2$ збільшує витрати на 11,5%.

Характер залежності витрат на рис. 1 демонструє, що їх величина при зміні тарифу на складування змінюється повільніше при значному зменшенні площі зберігання. Так, при площі складу $G = 140 \text{ м}^2$ зростання тарифу з $0,9$ ум. грош. од. до $1,3$ ум. грош. од. призводить до збільшення витрат на 6,5%, у той час як при $G = 200 \text{ м}^2$ аналогічна зміну тарифу збільшує витрати на 11,5%.

ВИСНОВКИ

У результаті проведеного аналізу одержані замкнуті аналітичні формули для визначення множника Лагранжу, змінних витрат на виконання замовлення та зберігання запасів, оптимальних розмірів замовлення продукції для багатопродуктової статичної моделі управління запасами з обмеженою місткістю складу, що дозволяє мінімізувати загальні витрати підприємства.

В роботі побудовано оптимізаційну модель, яка адаптує класичну формулу Уільсона до умов реального бізнесу, враховуючи взаємозалежність товарів та обмеження ресурсів. Це сприяє підвищенню ефективності логістичних процесів і зниженню витрат на зберігання.

Перспективи подальшого дослідження полягають у врахуванні в моделі сезонності попиту, варіативності витрат на зберігання в залежності від терміну придатності продукції та інших чинників, що впливають на управління запасами.

Подальші дослідження також можуть бути спрямовані на розробку моделей для багатоскладської логістики, де враховуються транспортні витрати, взаємодія між різними складами, а також стратегічне планування запасів у масштабах мережі підприємств. Це дозволить поширити результати на більш складні логістичні системи, що працюють у міжнародних або регіональних масштабах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кривешко О. В., Шпарик Я. Я., Мельник Н. В. Особливості управління запасами в кризових умовах. *Ефективна економіка*. 2022. №5. URL : http://www.economy.nayka.com.ua/pdf/5_2022/95.pdf (дата звернення 20.11.2024)
2. Жарська І. О., Хачірова Ю. С. Сучасні моделі управління запасами на підприємстві. *Науковий вісник Одеського національного економічного університету*. 2023. №11-12. С. 192-196.
3. Турчак В. В., Кульганік О. М. Стратегічне управління запасами підприємства. *Східна Європа: економіка, бізнес та управління*. 2017. Випуск 5 (10). С. 69-73.
4. Пеняк Ю. С., Калиниченко О. А. Моделі та методи управління виробничими запасами на підприємстві. *Проблеми сучасних трансформацій*. Серія: економіка та управління. 2024. Випуск 15. URL : <https://doi.org/10.54929/2786-5738-2024-15-09-01> (дата звернення 21.11.2024)
5. Атаманчук Ю. С., Пасенченко Ю. А. Моделювання управління запасами підприємства з урахуванням невизначеності попиту. *Актуальні проблеми економіки та управління : збірник наукових праць молодих вчених*. 2016. Вип. 10. URL : <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/4a99397e-fd37-46af-9251-5d5c161c54f0/content> (дата звернення 21.11.2024)
6. Юрченко М. Є. Дискретна модель оптимального управління запасами підприємства. *Ефективна економіка*. 2019. №3. URL : http://www.economy.nayka.com.ua/pdf/3_2019/34.pdf (дата звернення 20.11.2024)
7. Пишнограєв І. О., Омельченко Ю. В. Моделювання управління запасами підприємства в умовах невизначеності попиту. *Актуальні проблеми економіки та управління*. 2020. № 14. URL : <http://ape.fmm.kpi.ua/article/view/204199> (дата звернення 20.11.2024)
8. Кулик А. Б., Манжос Т. В. Модель управління запасами вертикально інтегрованої структури на прикладі сільськогосподарського підприємства. *Проблеми економіки*. 2016. № 1. С. 190-195.
9. Yashkina O. & Pedko, I. (2016). Models of inventory management for industrial enterprises under energy resources price increase. *Marketing and Management of Innovations*, 4, 315-324. <https://doi.org/10.21272/mmi.2016.4-26>

10. Харченко Ю. А., Михайленко А. С. Економіко-математичне моделювання рівня запасів товарів торговельного підприємства. *Економічний простір*, 2018. Випуск 136. С. 202-213.
11. Мохонько Г., Гук О., Коцко Т. Управління запасами на ринку меблевої промисловості. *Економіка та суспільство*, 2024. Випуск 62. URL : <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2024-62-147> (дата звернення 21.11.2024)
12. Afiffi F. F. and Arvitrida N. I. Inventory model for multi-perishable goods with limited storage capacity. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 1072, Joint International Conference of The 2nd International Conference on Industrial and System Engineering (IConISE) and The 7th Annual Conference on Industrial and System Engineering (ACISE) 22th-23th July 2020, Surabaya, Indonesia*. DOI 10.1088/1757-899X/1072/1/012005 <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1072/1/012005/pdf>
13. Sitonga, Roland & Kristiana, Leo & Parley, Tabita. (2021). A Multi-Item Probabilistic Inventory Model that Considers Expiration Factor, All Unit Discount Policy and Warehouse Capacity Constraints. *Jurnal Teknik Industri*. 23. 139-148. 10.9744/jti.23.2.139-148. <http://surl.li/lfuhtg>
14. William, T. J. Ai, and Lee, W., An Inventory Model to Control Multi-Item Medicines with Consideration of Space Capacity in the Hospital and Joint Replenishment, *International Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*, 2(2), 2020, pp. 39-48

REFERENCES

- Kryveshko, O. V., Shparyk, Ya. Ya., & Melnyk, N. V. (2022). "Osoblyvosti upravlinnia zapasamy v kryzovykh umovakh". *Efektivna Ekonomika*, (5). (revision dated 20.11.2024) http://www.economy.nayka.com.ua/pdf/5_2022/95.pdf [in Ukrainian].
- Zharska, I. O., & Hachirova, Yu. S. (2023). "Suchasni modeli upravlinnia zapasamy na pidpryemstvi". *Naukovyi Visnyk Odeskoho Natsionalnoho Ekonomichnoho Universytetu*, (11-12), 192-196 [in Ukrainian].
- Turchak, V. V., & Kulganik, O. M. (2017). "Stratehichne upravlinnia zapasamy pidpryemstva". *Skhidna Yevropa: Ekonomika, Biznes ta Upravlinnia*, 5(10), 69-73 [in Ukrainian].
- Peniak, Yu. S., & Kalynychnenko, O. A. (2024). "Modeli ta metody upravlinnia vyrobnychymy zapasamy na pidpryemstvi". *Problemy Suchasnykh Transformatsii. Seriya: Ekonomika ta Upravlinnia*, (15). (revision dated 21.11.2024) <https://doi.org/10.54929/2786-5738-2024-15-09-01> [in Ukrainian].
- Atamanchuk, Yu. S., & Pasenchenko, Yu. A. (2016). "Modeliuvannia upravlinnia zapasamy pidpryemstva z urakhuvanniam nevyznachenosti popytu". *Aktualni Problemy Ekonomiky ta Upravlinnia: Zbirnyk Naukovykh Prats Molodykh Vchenykh*, (10). (revision dated 21.11.2024) <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/4a99397e-fd37-46af-9251-5d5c161c54f0/content> [in Ukrainian].
- Yurchenko, M. Ye. (2019). "Dyskretna model optymalnoho upravlinnia zapasamy pidpryemstva". *Efektivna Ekonomika*, (3). (revision dated 20.11.2024) http://www.economy.nayka.com.ua/pdf/3_2019/34.pdf [in Ukrainian].
- Pyshnohraiev, I. O., & Omelchenko, Yu. V. (2020). "Modeliuvannia upravlinnia zapasamy pidpryemstva v umovakh nevyznachenosti popytu". *Aktualni Problemy Ekonomiky ta Upravlinnia*, (14). (revision dated 20.11.2024) <http://ape.fmm.kpi.ua/article/view/204199> [in Ukrainian].
- Kulyk, A. B., & Manzhos, T. V. (2016). "Model upravlinnia zapasamy vertykalno integrovanoi struktury na prykladi sil's'kohospodars'koho pidpryemstva". *Problemy Ekonomiky*, (1), 190-195.

Holovan, O., Oliinyk, O., Oliinyk, M. & Kutornytska, O. (2024). Analytical approach to solution of multi-product static inventory management model with limited warehouse capacity. *Management and Entrepreneurship: Trends of Development*, 4(30), 58-68. <https://doi.org/10.26661/2522-1566/2024-4/30-05>

- Yashkina, O., & Pedko, I. (2016). "Models of inventory management for industrial enterprises under energy resources price increase". *Marketing and Management of Innovations*, 4, 315-324. <https://doi.org/10.21272/mmi.2016.4-26>.
- Kharchenko, Yu. A., & Mykhailenko, A. S. (2018). "Ekonomiko-matematychne modeliuвання rinvia zapasiv tovariv torhovel'noho pidpriumstva". *Ekonomichnyi Prostir*, (136), 202-213. [in Ukrainian].
- Mokhonko, H., Huk, O., & Kotsko, T. (2024). "Upravlinnia zapasamy na rynku meblevoi promyslovosti" *Ekonomika ta Suspilstvo*, (62). <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2024-62-147> [in Ukrainian].
- Afiffi, F. F., & Arvitrida, N. I. (2020). "Inventory model for multi-perishable goods with limited storage capacity". *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 1072, Joint International Conference of The 2nd International Conference on Industrial and System Engineering (IConISE) and The 7th Annual Conference on Industrial and System Engineering (ACISE) 22th-23th July 2020, Surabaya, Indonesia*. DOI 10.1088/1757-899X/1072/1/012005 <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1072/1/012005/pdf>
- Sitonga, R., Kristiana, L., & Parley, T. (2021). "A Multi-Item Probabilistic Inventory Model that Considers Expiration Factor, All Unit Discount Policy and Warehouse Capacity Constraints". *Jurnal Teknik Industri*. 23. 139-148. 10.9744/jti.23.2.139-148. <http://surl.li/lfuhtg>
- William, T. J. A., & Lee, W. (2020). "An Inventory Model to Control Multi-Item Medicines with Consideration of Space Capacity in the Hospital and Joint Replenishment". *International Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*, 2(2), 39-48.

ANALYTICAL APPROACH TO SOLUTION OF MULTI-PRODUCT STATIC INVENTORY MANAGEMENT MODEL WITH LIMITED WAREHOUSE CAPACITY

Olha Holovan

*Zaporizhzhia National University
Zaporizhzhia, Ukraine*

Oleksandr Oliinyk

*Zaporizhzhia National University
Zaporizhzhia, Ukraine*

Maksym Oliinyk

*Zaporizhzhia National University
Zaporizhzhia, Ukraine*

Olena Kutornytska

*Zaporizhzhia National University
Zaporizhzhia, Ukraine*

The problem of inventory and logistics costs optimization at enterprises during the war becomes relevant due to the growing complexity of logistics processes, the destruction of logistics infrastructure, resource constraints, as well as political and economic instability in the country.

The paper proposes an analytical approach to solving a multi-product inventory management model under conditions of limited warehouse capacity. The main goal of the study is to develop a mathematical model for optimizing order quantity and variable costs, taking into account the spatial limitations of the warehouse and the interdependence between goods. The proposed model is based on the adaptation of the classical Wilson formula and the use of the Lagrange method to optimize order quantities in real business conditions. The obtained closed analytical formulas for determining the optimal quantities of delivery batches and variable costs can be effectively used by managers when ordering a different range of goods under conditions of limited warehouse capacity. The convenience of the proposed analytical approach is that the Lagrange multiplier is presented in the form of a formula, while in many conditional optimization problems it is determined using numerical methods.

The paper analyzes the dependence of both total order and storage costs on the warehouse area and storage tariffs, which allows to adapt the model to the specific needs of the enterprise.

Calculations for different groups of goods have showed that the practical use of the proposed model allows to optimize total costs and effectively use limited warehouse space.

Future research directions include the development of models for multi-warehouse logistics, taking into account seasonality of demand, limitations on capital that is expected to be invested in inventories, and the model adaptation to changes in market conditions, which will contribute to increasing the efficiency of logistics processes.

Keywords: inventory management, multi-product model, limited warehouse capacity, cost optimization, Lagrange method.